Selectie in de wereld van Plato

Henk Barendregt
Faculteit der Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica
Katholieke Universiteit Nijmegen

Onder de wereld van Plato verstaan wij in deze voordracht de wiskunde en meer in het algemeen ook de natuurkunde. Aangegeven zal worden hoe een selectie van te bestuderen verschijnselen kan leiden tot een constructie van een succesvol wiskundig model, de klassieke mechanica. Dit verhaal is redelijk algemeen bekend. Minder bekend is dat het heel eenvoudig is om met het model een schijnbaar onregelmatig verschijnsel te begrijpen. Door dit te doen wordt aannemelijk gemaakt wat de dramatische reikwijdte is van het natuurwetenschappelijke denken. Gepoogd wordt om zonder in te gaan op technische details, de kwalitatieve argumenten redelijk precies weer te geven.

1. Doel van de wetenschap

De natuurwetenschappen ontstaan omdat wij nieuwsgierig zijn naar de verschijnselen om ons heen en die welke zich afspelen binnen ons lichaam en geest. Deze disciplines zijn in de eerste plaats gericht op inzicht. Inzicht bestaat hierin, dat een groot aantal verschijnselen teruggebracht wordt tot een kleiner aantal. Met behulp van dat inzicht kan men dan vaak juiste voorspellingen maken. Hierop berust het tweede—meer afgeleide—doel van genoemde wetenschappen: het gedeeltelijk beheersen van de omstandigheden.

Van deze twee aspecten van wetenschap, inzicht en beheersing, krijgt het tweede helaas veel meer aandacht in de publieke opinie en daarmee in de politiek. Men ziet wetenschap dan vooral in dienst van de beheersing van de omstandigheden. Dit heeft de volgende nadelen. Ten eerste is de beheersing van de omstandigheden beperkt. Er zijn immers altijd wel financiële, politieke, ecologische, ethische en wetenschappelijke grenzen aan wat mogelijk is. Zo kan dan de verkeerde indruk ontstaan dat wetenschap vaak tekort schiet. Verder mist men op deze manier de fascinatie voor de wetenschap en daarmee indirect voor de verschijnselen. De functie van bijvoorbeeld DNA voor de erfelijkheid is op zich zelf interessanter, dan dat men er menselijke insuline in een bacterie mee kan kweken. Dit zou een breed publiek moeten kunnen aanspreken. Echter, de discrepantie tussen wat er bekend is en waarvoor de meeste mensen zich interesseren maakt dat wij in een minder ontwikkeld tijdperk leven. Misschien kan een juiste opvoeding hier verbetering in aanbrengen.

2. Keuze van onderwerp

Een zoöloog bestudeert dieren en een limnoloog bestudeert meren. Uiteraard zal men over de grenzen van het vakgebied heen willen kijken. Af en toe zal een zoöloog iets over meren moeten weten en een limnoloog iets over dieren. Maar zoveel is duidelijk: wetenschap ontstaat door beperking, door een keuze van te bestuderen zaken.

In veel gevallen—met name in de exacte wetenschap—bestaat succes daarin dat men voor het gekozen deel van de werkelijkheid een model maakt. Dat is een formele beschrijving van objecten uit het onderzoeksterrein in de een of andere taal. Denk aan water dat in de scheikunde als H_2O weergegeven wordt. Daarna werkt men verder met de beschrijving alleen en men leidt er eigenschappen uit af. Als het goed is hebben die een voorspellende kracht in de werkelijkheid.

Hoe komt het toch dat die formele beschrijvingen, die behoren tot de wereld van Plato tot toetsbare voorspellingen kunnen leiden? Voor ik hierop inga, wil ik eerst zeggen dat de keuzemogelijkheden in de wereld van Plato bijzonder talrijk zijn, veel groter dan die in de werkelijkheid. Denk bijvoorbeeld aan het aantal mogelijke piano composities. Dat is veel groter dan het aantal elementaire deeltjes (elektronen en zo) in het hele heelal. En nu heb ik het alleen over composities van maximaal 10 minuten die best acceptabel klinken en speelbaar zijn. De componist zal dus moeten kiezen, en zo is het ook in de wetenschap.

Wiskundige modellen die in de wetenschap gebruikt worden zijn reeds door anderen ontwikkeld of ze worden speciaal voor een probleem ontworpen. Omdat er zoveel keuze is, zal er misschien wel een model bij zitten dat op het gekozen deel van de werkelijkheid past. Maar nu verdraai ik de zaak, het werkt eerder andersom: de modellen worden gedicteerd door het deel van de werkelijkheid waarin we geïnteresserd zijn.

De eerste nuttige modellen worden gekozen aan de hand van directe observaties die men maakt. Een klein voorbeeld. Als ik op reis ben met een rugzak, een tas, een fototoestel, een paraplu en een hoed, dan is het getal 5 van belang. Iedere keer als ik dan namelijk een trein verlaat, hoef ik alleen maar even te tellen om te weten of ik alles nog bij me heb. Dat gaat sneller dan me te herinneren wat ik ook al weer bij me had. Zo zijn er modellen die bestaan uit getallen en andere modellen die bestaan uit vormen, aanleiding gevend tot respectievelijk de rekenkunde en de meetkunde.

Er is ook een tweede soort modellen, welke een abstractie vormen boven de eerste modellen. Iedereen weet dat als je in een straat een even huisnummer zoekt, je maar aan één kant van de straat hoeft te lopen. Een abstracte als "drievoud" is in dit verband niet nuttig. Abstracties over abstracties over abstracties komen ook voor, zelfs in het dagelijkse leven. Een gewoon begrip als "donderdag" is reeds zo'n hoger gestapelde abstractie. Wegens de complexiteit van modellen die bestaan uit abstractie boven abstractie worden deze in een apart vakgebied bestudeerd: de wiskunde. In deze discipline heeft men er juist vruchtbaar gebruik van kunnen maken dat de modellen niet meer in verband worden gebracht met concrete verschijnselen. Ze blijken dan opeens ook op andere verschijnselen van toepassing te zijn. In de wiskunde noemt men modellen dan ook anders, men spreekt over "structuren". Dit taalgebruik volgend, kun je zeggen dat een model in de natuurwetenschappen een wiskundige structuur is, waarmee een deel van de verschijnselen wordt beschreven.

3. Aspecten van de natuurkunde in de periode 1543-1687

We zullen nu aan de hand van de ontwikkeling van een klein stukje natuurkunde uiteenzetten hoe een scherpe keuze van het object van studie tezamen met een wiskundige behandeling kunnen leiden tot inzichten en een daaruit voortvloeiende beheersing van verschijnselen, welke mede aanleiding geweest zijn grote maatschappelijke veranderingen. De hoofdrolspelers in dit verband zijn Copernicus (1473-1543), Galileo (1564-1642), Kepler (1571-1630) en Newton (1642-1727).

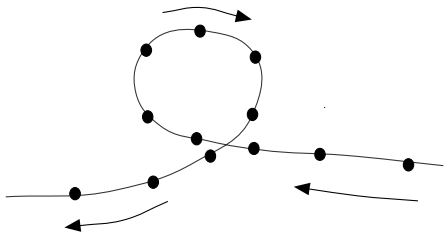
Rollende knikkers

Er wordt vaak gesteld dat appels al duizenden jaren vallen, maar dat Newton de eerste was die zich afvroeg waarom appels vallen. Dat is onjuist om verschillende redenen. Ten eerste was het Galileo die zich succesvol bezighield met vallende voorwerpen. Ten tweede wordt noch door Newton noch door Galileo uitgelegd waarom appels vallen (dat is pas later door Einstein [1916] gedaan). Om met de schrijver Musil [1952] te spreken: *"Volgens geloofwaardige overleveringen is het in de zestiende eeuw, een tijdperk van intense spirituele bewogenheid, ermee begonnen dat men niet langer, zoals tot dan toe gedurende twintig eeuwen van religieuze en filosofische speculaties geschied was, in de geheimen der natuur probeerde door te dringen, maar zich op een wijze die niet anders dan oppervlakkig kan worden genoemd, tevreden stelde met de bestudering van haar oppervlak. De grote Galileo Galilei, die daarbij altijd als eerste wordt genoemd, rekende bijvoorbeeld definitief af met de vraag om welk in haar wezen liggende reden de natuur een afkeer heeft van lege ruimten, zodat ze een vallend lichaam net lang ruimte na ruimte laat doordringen en opvullen tot het eindelijk vaste grond raakt*[1]*, en nam genoegen met een veel banalere constatering: hij ging eenvoudig na hoe snel zo'n lichaam valt, welke weg het aflegt, hoeveel tijd het daarvoor nodig heeft en welke versnellingen het ondergaat."*

Omdat Galileo[2] niet de beschikking had over snel draaiende camera's die langzaam afgedraaid konden worden moest hij op een andere manier aan het empirische materiaal komen. Hij bestudeerde daarom rollende knikkers op een glad niet al te hellend vlak. Voor de tijdmeting gebruikte hij eerst zijn polsslag. Maar toen dat niet nauwkeurig genoeg bleek te zijn—ook natuurwetenschappers kennen emoties, zeker wanneer ze net op het punt staan een ontdekking te doen—moest hij een technologische vinding doen die hem te hulp kwam: de slingerklok met zijn gelijkmatige perioden.

Planeetbanen

Waneer wij systematisch de nachtelijke sterrenhemel bestuderen, dan zien we dat er sterrenbeelden zijn die alle tezamen roteren, maar ten opzichte van elkaar niet bewegen; dat zijn de zogenaamde vaste sterren. Verder blijkt dat er een klein aantal zeer heldere sterren zijn waarvan de positie verandert ten opzichte van de vaste sterren. Dit werden de dwaalsterren genoemd en tegenwoordig noemen we ze planeten. Het pad van zo'n planeet blijkt op het noordelijk halfrond (soms) in de loop van enkele weken ongeveer als volgt te verlopen:



Gedurende andere weken ontstaat er vaak geen lus. Men heeft zich al in de oudheid afgevraagd waardoor deze beweging veroorzaakt wordt. Volgens Plato waren de ideale bewegingen rechtlijnig of cirkelvormig; andere bewegingen dienden als een resultante van deze twee gezien te worden. De Grieken Hipparchus en Ptolemeus opperden het idee dat de planeten niet in een cirkel om de aarde bewegen, maar

[1] Dit is een in de middeleeuwen wel gegeven 'verklaring' van de zwaartekracht.

[2] Overigens is het interessant te weten dat Galileo voor een deel van zijn leven werkzaam was aan een medische faculteit om onderwijs te geven in de astronomie omdat aanstaande artsen verondersteld werden een horoscoop te kunnen trekken.

dat er een denkbeeldig punt is dat zo beweegt. De planeten beschrijven dan op hun beurt een cirkel om die denkbeeldige punten (een zogenaamde epicirkel) en zo konden de waargenomen observaties tot op zekere hoogte verklaard worden. Voor een meer precieze beschrijving waren er epicirkels van hogere orde en nog andere aanpassingen nodig. In een belangrijk werk van Ptolemeus, het Amalgest, wordt op deze manier een nauwkeurige beschrijving gemaakt van de bewegingen van de zeven hemellichamen (zon, maan en vijf planeten). Met dit werk, dat door zijn vele tientallen epicirkels met recht hightech genoemd mag worden, kon men behoorlijk nauwkeurig de stand van de hemellichamen ten opzichte van de vaste sterren voorspellen.

Een andere bijdrage van Galileo—die ook van politieke betekenis was—heeft te maken met de beweging van de aarde om de zon. In het werk van Copernicus wordt, zoals bekend, het heliocentrische wereldbeeld voorgesteld: de zon als centrum van de planeetbanen. Echter, in het voorwoord van zijn hoofdwerk Copernicus [1543] staat *"dat de auteur alleen de aan een astronoom toevallen de taak heeft willen volbrengen, met behulp van hypothesen de hemelbewegingen berekenbaar te maken, maar dat het opstellen van die hypothesen helemaal niet de bewering insluit, dat zij ook waar, zelfs niet, dat zij ook maar waarschijnlijk zijn."*, Dijksterhuis [1950].

We kunnen verder bij Dijksterhuis nalezen dat dit voorwoord afkomstig is van de Lutherse theoloog Osiander. Hoewel de aanhangers van Copernicus erg boos waren over dit voorwoord, moeten wij deze theoloog misschien wel dankbaar zijn omdat anders het werk van Copernicus na publicatie wellicht verboden zou zijn geweest. Galileo aan de andere kant durfde wel te beweren dat de hypothesen van Copernicus de zaken juist voorstelden. Omdat het poneren van een beweging van de aarde als fysische realiteit gezien werd als een aantasting van de Christelijke geloofsleer, werd Galileo in 1616 door de kerk na een zeer bekend geworden proces (waar bijvoorbeeld Bertold Brecht later een toneelstuk over zou schrijven) verplicht zijn uitspraken terug te trekken en te beloven niet nogmaals zo iets te beweren. Musil [1952] schrijft hierover: *"De katholieke kerk heeft een ernstige fout begaan toen ze deze man onder bedreiging met de dood tot herroeping dwong in plaats van hem zonder veel plichtplegingen uit de weg te ruimen; want uit de wijze waarop hij en zijn geestverwanten naar de dingen keken, zijn daarna—binnen de kotste keren, als men in historische tijdmaten rekent—de dienstregelingen van de spoorwegen, de automaten, de fysiologische psychologie en de morele corruptie van onze tijd ontstaan, waartegen ze niet meer opgewassen is."* Dijksterhuis [1950] analyseert op een meer serieuze wijze, maar nog scherper, dit incident. *"Het heeft het H. Officie wel zeer aan hogere leiding ontbroken, toen het deze uitspraak deed. Door verband te leggen tussen natuurwetenschappelijke stellingen die uiteraard in de toekomst even vatbaar waren voor weerlegging als voor bevestiging, en een geloof dat per definitionem geen weerlegging hoefde te vrezen en geen bevestiging van node had, opende het de mogelijkheid, dat de verdere ontwikkeling der natuurwetenschap het geloof kon compromitteren, welke mogelijkheid al heel spoedig werkelijkheid zou worden. ... Men kan overtuigd zijn, dat het Galilei-proces anders verlopen zou zijn wanneer het in plaats van door Paus Urbanus VIII door een figuur van het formaat van Thomas van Aquino was bestuurd."* In 1992 (sic!) is Galileo door het Vaticaan dan ook alsnog in het gelijk gesteld, al was het 376 jaar na het proces.

Copernicus [1543] heeft door de zon als stilstaand te beschouwen en de planeten, inclusief de aarde, cirkelvormige banen rond de zon te laten doorlopen de beschrijving van de bewegingen van de hemellichamen aanzienlijk vereenvoudigd ten opzichte van de beschrijving van Ptolemeus. Maar hij kwam er niet geheel uit, zonder toch ook nog een aantal epicirkels aan te nemen.

Pas Johannes Kepler kon, op grond van zeer nauwkeurige waarnemingen van Tycho Brahe (1546-1601) en vele jaren hard werken een verfijning van het model van Copernicus voor de planeetbanen geven. De planeten bewegen zich volgens zijn

model in een ellipsvormige baan om de zon welke in een van de brandpunten staat. Doordat Kepler ook nog uitspraken deed over de snelheden van de planeten konden de waargenomen hemelverschijnselen tot op ongeveer een boog minuut (1/60 van een graad) nauwkeurig voorspeld worden, hetgeen nog niet gelukt was bij Copernicus. Dit is een indrukwekkend succes waarin elegantie en hightech samengaan.

Toen kwam Isaac Newton. Had had de moed om de volgende twee denkstappen te zetten.

1. Als een voorwerp door de aarde aangetrokken wordt, dan wordt de aarde ook een (beetje) door het voorwerp aangetrokken.

2. De wetten die op aarde voor vallende voorwerpen gelden, zijn ook geldig voor de hemellichamen.

Hij kwam zoals bekend tot de formulering van zijn algemene zwaartekracht wet, Newton [1687]. Hieruit konden de observaties van Galileo en Kepler bewezen worden. Voor behandeling van met name de wetten van Kepler, moest Newton een nieuwe tak van wiskunde ontwikkelen, de differentiaal en integraal rekening. Zijn bijdrage aan de wetenschap is met dit alles van onschatbare waarde geweest.

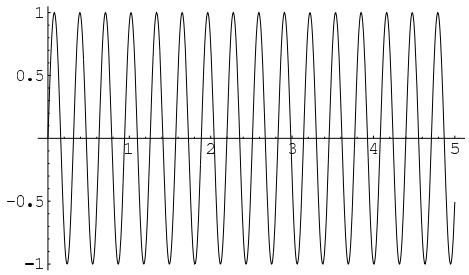
Dit alles gebeurde in een tijd dat er nog vrouwen verbrand werden wegens vermeende hekserij. Mede dankzij het werk van de genoemde fysici ontstond er een geestelijk klimaat waarin er een eind kwam aan dit soort uitwassen van de kerk. Overigens was Newton niet anti-religieus. Integendeel, hij zag in de mathematische eenvoud van de zwaartekrachtswet, die zowel op aarde als voor de hemellichamen gold, een bewijs van het bestaan van God.

4. Gekoppelde slingers

Het lijkt gechargeerd, maar het is het niet echt: inzicht in de fundamentele wetten van de mechanica hebben mede de industriële revolutie mogelijk gemaakt. Om dit aannemelijk te maken zal ik u laten zien dat een relatief complex verschijnsel (de zogenaamde bijna periodiciteit) van de "gekoppelde slingers" in het model van Newton beschreven kan worden. Daarbij laat ik de technische details achterwege, maar zal u wel laten zien, dat het op het eerste gezicht onbegrijpelijke verschijnsel volkomen begrijpelijk gemaakt kan worden. De onderlinge theorie kan overigens al begrepen worden in het eerste studiejaar van een student natuurkunde.

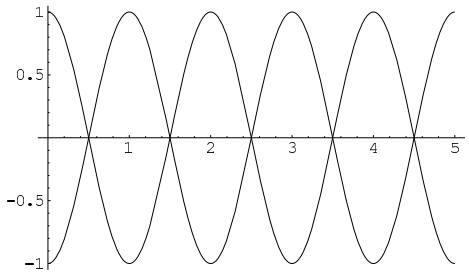
Het experiment kunt u thuis ook doen. U spant een touw tussen twee muren of stoelen horizontaal op minstens één meter boven de grond. Op twee plaatsen aan dat touw hangt u een voorwerp op, met behulp van een vertikaal touwtje van ongeveer een halve meter lang. De lengtes van die verticale touwtjes en de gewichten van de voorwerpen mogen verschillen, maar het verschijnsel is al interessant wanneer die lengtes en gewichten gelijk zijn. De zaak hangt eerst in rust. Aan één van de voorwerpen geeft men een zetje zodat het gaat slingeren. Na korte tijd zal het tweede voorwerp ook een beetje aan het slingeren zijn, terwijl de uitslag van het eerste voorwerp minder wordt. Even later zult u zien dat het eerste voorwerp vrijwel tot stilstand gekomen is en dat het tweede voorwerp nu een maximale slinger maakt, die vrijwel net zo groot is als die van het eerste voorwerp daarnet. Uit symmetrie overwegingen kunnen we nu verwachten dat het verschijnsel zich herhaalt, maar dan andersom. En ja hoor, het tweede voorwerp gaat nu wat langzamer slingeren, terwijl het eerste voorwerp weer begonnen is. Even later staat het tweede voorwerp bijna stil en heeft het eerste voorwerp weer zijn maximale uitslag, die nu ietsje minder is dan eerst (vanwege de wrijving en zo). Enzovoorts. Als we het verschijnsel iets preciezer bekijken, dan zien we dat de voorwerpen iedere keer niet echt tot stilstand komen, maar net nog een heel klein beetje bewegen, iedere keer anders. We noemen dit een bijna periodiek verschijnsel.

We gaan nu een beschrijving maken van het verschijnsel. Wanneer er maar één voorwerp aan het touw gehangen zou hebben, we zouden onder dat voorwerp een penseel bevestigen met inkt, we geven het voorwerp een zetje en zorgen er tegelijkertijd voor dat er een lange rol papier onder de penseel door uitgetrokken wordt, zodat de penseel het papier raakt, dan verschijnt er zo iets als de volgende tekening (grafiek) op het papier.



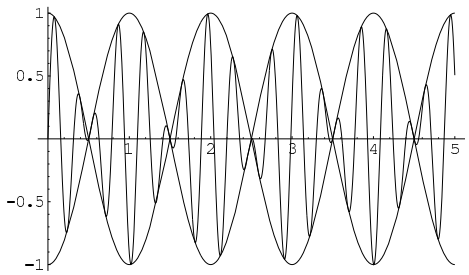
$\sin(20x)$, $0 \leq x \leq 5$

De formule onder de tekening hoeft u niet te lezen. Het model van Newton voorspelt nu dat wanneer er twee voorwerpen hangen, dan wordt de grafiek van het eerste voorwerp 'ingeklemd' door het volgende figuur.



$\pm\cos(\pi x)$, $0 \leq x \leq 5$

(laten we dit de globale perioden noemen.) Je krijgt dan als beschrijving van wat we gezien hebben:



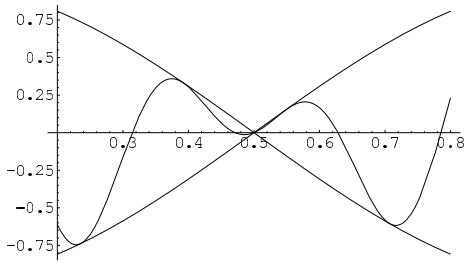
$\sin(20x)\cos(\pi x)$, $\pm\cos(\pi x)$, $0 \leq x \leq 5$

Inderdaad een periodiek verschijnsel. (Voor het andere voorwerp is er een analoge grafiek.)

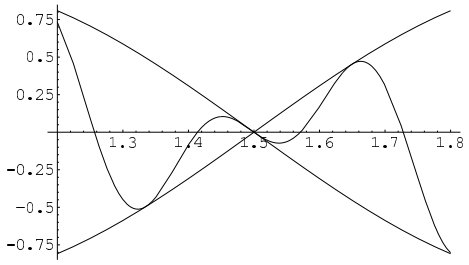
Maar wacht even, ik had u een *bijna* periodiek verschijnsel beloofd. Als we beter kijken is het geen echt periodiek verschijnsel, het is inderdaad bijna periodiek. Dat komt omdat de globale periode en de periode van de eerste slinger niet met elkaar 'in de maat dansen'. Kijk, bij het dansen van de *Rock 'n' Roll* gaat de muziek in vier tellen per maat, terwijl het danspaar (wanneer ze deze dans beheersen) een

pasje doet op zes van die zelfde tellen. Het komt er dan op neer, dat na drie maten muziek, dus twaalf tellen, het paar twee keer de *Rock 'n' Roll* pas gedaan heeft. Wanneer een danspaar op walsmuziek, die bestaat uit drie tellen per maat, een danspas uitvoert van vijf tellen, dan zijn ze na vijftien tellen weer in de maat. Bij de gekoppelde slingers is het meestal zo dat de slinger periode van de voorwerpen en de globale periode onderling 'onmeetbaar' zijn. Dat is te vergelijken met een danspaar dat op muziek in een vierkwartsmaat een danspas van π tellen uitvoert (niet eens een helemaal gek idee als de partners halve cirkels om elkaar heen maken en een snelheid hebben die in de maat van de muziek is; maar het is wel onuitvoerbaar). De verhouding tussen de globale periode van de twee voorwerpen hangt onder andere af van eigenschappen van het touw en zal meestal een onmeetbaar (irrationaal, bijvoorbeeld $\sqrt{2}$) getal zijn.

De bijna periodiciteit kan goed gezien worden als ik de grafiek van het verschijnsel uitvergroot dicht bij de punten waar de grafiek met de globale periode nul wordt. U ziet hier duidelijk dat de inklemming iedere keer anders verloopt en dat zal ook intuïtief duidelijk zijn voor iedereen die wel eens uit de maat heeft gedanst[3].

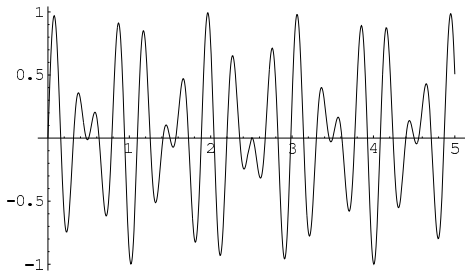


$\sin(20x)\cos(\pi x)$, $\pm\cos(\pi x)$, $0.2 \leq x \leq 0.8$



$\sin(20x)\cos(\pi x)$, $\pm\cos(\pi x)$, $1.2 \leq x \leq 1.8$

Uiteindelijk krijgen we dan de grafiek van de beweging van één van de twee voorwerpen door de globale periode weg te laten.



$\sin(20x)\cos(\pi x)$, $0 \leq x \leq 5$

[3]Iedere keer is men op een andere manier uit de maat; danst men namelijk op een constante manier uit de maat, dan zou men eigenlijk in de maat dansen, eventueel syncopisch.

Voor de juiste waarden van de 'parameters'—die in dit geval 20 en π gesteld zijn—komt deze grafiek goed overeen met de geobserveerde beweging van één van de twee voorwerpen van de gekoppelde slingers.

5. Terugblik

De twee gemaakte keuzes van de te bestuderen verschijnselen, te weten rollende knikkers en de bewegingen van de dwaalsterren, zouden door mensen die zichzelf serieus noemen en van no-nonsens houden, als onnozel respectievelijk zweverig bestempeld kunnen worden. Maar toch hebben deze keuzes een zeer grote invloed op de geschiedenis van de mensheid gehad. Musil [1952] drukt weer eens treffend uit hoe sterk deze is geweest. *"Als je in plaats van wetenschappelijke beschouwing levensbeschouwing zou nemen, in plaats van hypothese poging en in plaats van waarheid daad, zou er geen enkel levenswerk van een belangrijk natuuronderzoeker of wiskundige bestaan dat wat moed en revolutionaire kracht betreft de grootste daden in de geschiedenis niet verre zou overtreffen."*

Hoe komt het dat deze keuzes zo vruchtbaar zijn geweest? Achteraf beschouwd kunnen we inzien dat ze voor de hand hebben gelegen. Als men geïnteresseerd is in verschijnselen, dan is het eerste wat opvalt verandering, beweging. Nu was rond 1600 de beweging van levende wezens te moeilijk om op een fundamentele manier begrepen te worden. Opvallende veranderingen, zoals die van het weer, zijn ook te moeilijk. Vallende voorwerpen gaan te snel. Er blijft dus niet veel anders over om te bestuderen dan langzaam rollende knikkers en de eveneens goed observeerbare hemel verschijnselen!

De natuurwetenschappen functioneren goed, omdat wij geïnspireerd door de verschijnselen geschikte modellen in de wereld van Plato hebben kunnen uitkiezen. Toch zijn er twee opmerkelijke feiten. Als we een geschikt model hebben gevonden (vaak is dat behoorlijk lastig), dan is het meestal later ook nog toepasbaar. Onze Lieve Heer maakt het ons wel moeilijk bij het zoeken naar natuurwetten, maar als we er eentje gevonden denken te hebben, dan plaagt hij ons niet door meteen de natuurwetten te veranderen. Deze constantheid van de verschijnselen is niet geheel vanzelfsprekend. Als we wakker worden dan liggen we meestal nog in hetzelfde bed waarin we gestapt zijn de avond daarvoor. Maar onze dromen zijn minder consistent, en dat had ook zo kunnen zijn in onze wereld overdag.

Het tweede opmerkelijke feit is dat we voldoende vaardigheden hebben om de formele beschrijvingen zodanig te manipuleren dat ze voorspellende waarde krijgen. Indien onze hersenen te traag zouden zijn of te weinig kunnen bevatten, dan zouden we nooit ver gekomen zijn met het gedeeltelijk begrijpen en beheersen van de natuur.

Voor een goed beeld van de verschijnselen van de gekoppelde slingers moeten we observaties maken in de grootte orde van een duizendste van een seconde. Onze hersens werken ook met die orde van kloksnelheid. Dit lijkt me een noodzakelijke voorwaarde om dergelijke verschijnselen te kunnen begrijpen. Het is echter geen voldoende voorwaarde: ook de hersenen van een kip werken met ongeveer diezelfde kloksnelheid, maar kippen kunnen niet verder tellen dan tot ongeveer vier.

We moeten dus constateren dat de natuur constant genoeg is en dat ons brein flexibel genoeg is om geschikte keuzes te maken in de wereld van Plato. Of het echter voldoende is om te komen tot een "theorie van alles"—hetgeen sommigen graag zouden willen—is nog een open vraag. Met behulp van quantum mechanica kan men in principe voorspellingen doen over atomen en moleculen, bijvoorbeeld hoe zij chemische verbindingen aangaan. Maar tot nu toe is de verwerkingssnelheid van de snelste compilers een beperkende factor om dit ook daadwerkelijk uit te voeren wanneer de atomen of moleculen niet tot een relatief eenvoudige soort behoren. Men hoopt ooit in staat te zijn zogenaamde quantum computers te realiseren,

waarvan verwacht wordt dat ze vele ordes van grootte sneller kunnen rekenen dan de huidige generatie computers. Wellicht zijn deze computers nodig (maar zeker niet voldoende) om een stuk verder door te dringen in de net genoemde quantum chemie of in de vele wetenschappelijke uitdagingen die er dan nog zijn. Mochten we ooit de theorie van alles in onze zak hebben, dan zijn er in het leven echter nog genoeg interessante dingen te doen. Maar daar over een andere keer.

Referenties

Copernicus, Nicolaas
[1543] *De revolutionibus Orbium Caelestium.*

Dijksterhuis, Eduard J.
[1950] *De mechanisering van het wereldbeeld*, Meulenhoff.

Einstein, Albert
[1916] Die Grundlagen der Algemeine Relativitätstheorie, *Ann. d. Physik, 49, p. 796.*

Galilei, Galileo
[1632] *Dialogo.*

Galilei, Galileo
[1638] *Discorsi.*

Kepler, Johannes
[1597] *Mysterium Cosmographicum.*

Kepler, Johannes
[1619] *Harmonia Mundi.*

Musil, Robert
[1952] *Der Mann ohne Eigenschaften*, Rowolt. Nederlandse vertaling: *De man zonder eigenschappen*, I. Lesener, Meulenhoff, 1988.

Newton, Isaac
[1687] *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.*

Ptolemeus, Claudius
[±150] *Almagest.*